



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN,
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

**HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE,
VIETNAM NATIONAL UNIVERSITY,
HANOI**



KHOA TOÁN - CƠ - TIN HỌC

**Faculty of Mathematics,
Mechanics and Informatics**

Chủ Đề:

Mô hình hóa bài toán Area 51 Instructions và giải thuật toán bằng Gurobi

Nhóm 14:

Dương Đức Chính - 23000098

Trần Đức Kiên - 23000131

Vũ Tiến Đạt - 23000111

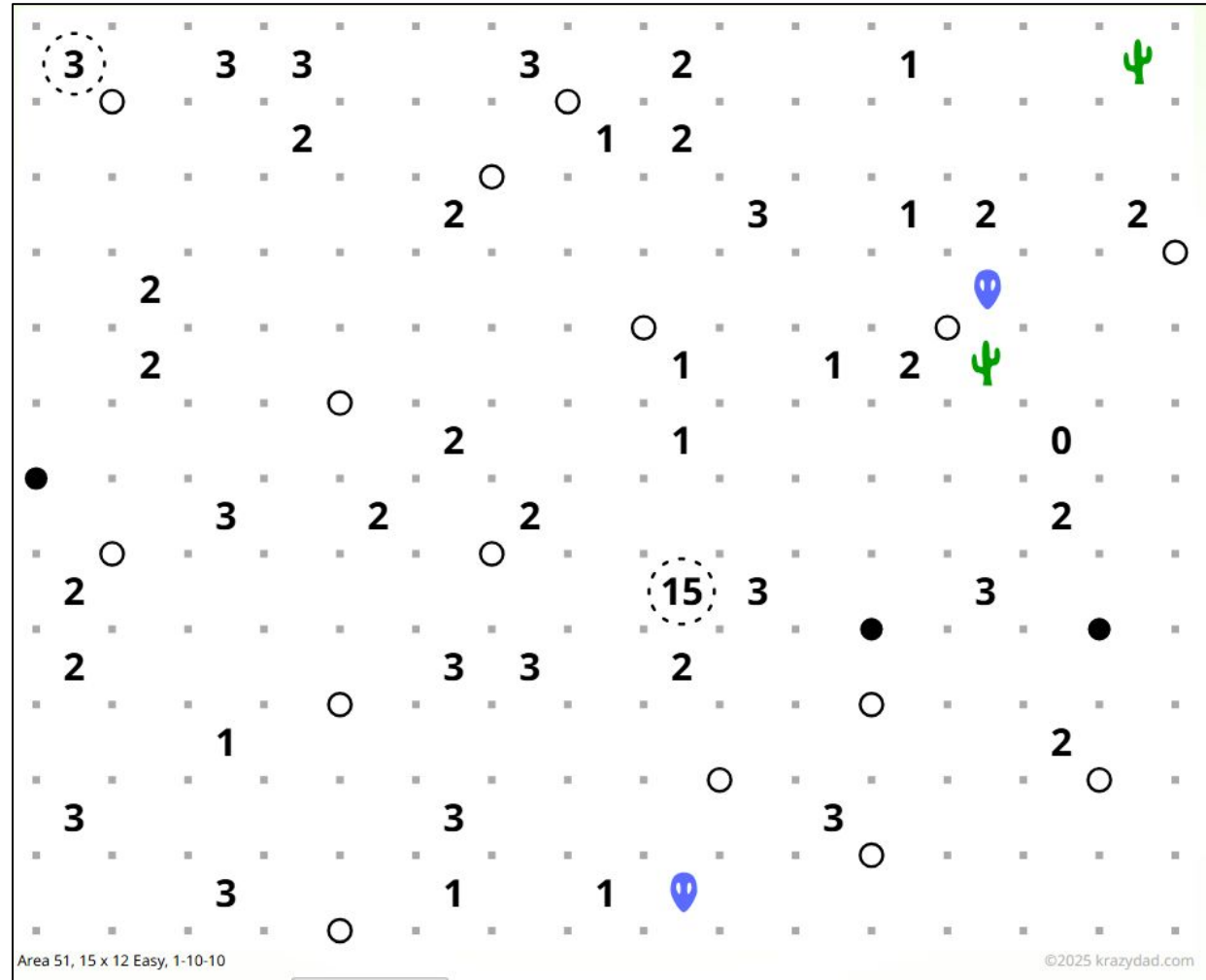
Mục lục

1. Giới thiệu chung

2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

3. Giải bằng Gurobi

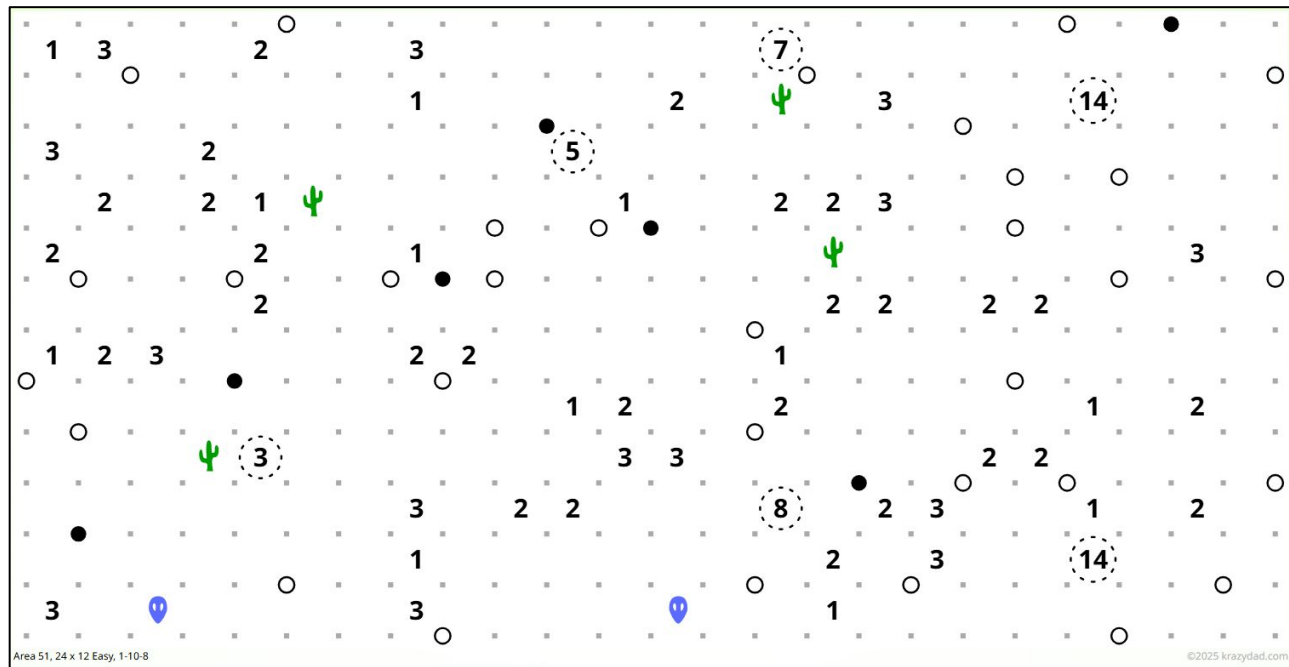
4. Kết quả và minh họa



1. Giới thiệu chung

1. Giới thiệu chung

1.1 Bài toán Area 51 Instructions



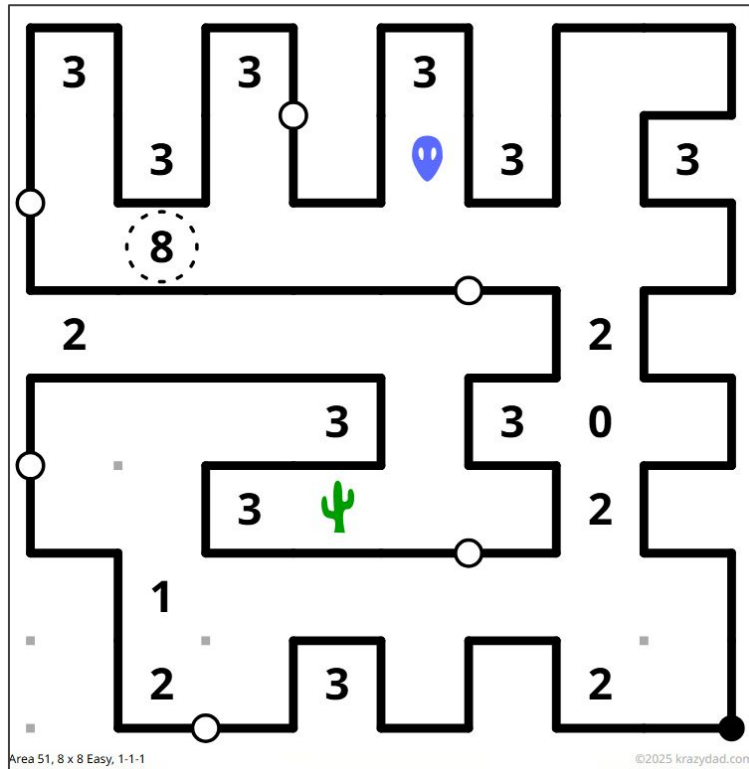
- Là một dạng câu đố logic, được phát triển dựa trên các trò chơi câu đố nổi tiếng như Slitherlink, Masyu và Corral.

- Bài toán được đặt trong bối cảnh giả tưởng về một khu vực bí mật ("Area 51") với mục tiêu xây dựng một vòng rào khép kín bao quanh toàn bộ các sinh vật ngoài hành tinh (Alien), đồng thời ngăn chặn các thực vật đột biến giống xương rồng (Triffids) xâm nhập vào khu vực này.

- Bài toán chỉ có một giải pháp.

1. Giới thiệu chung

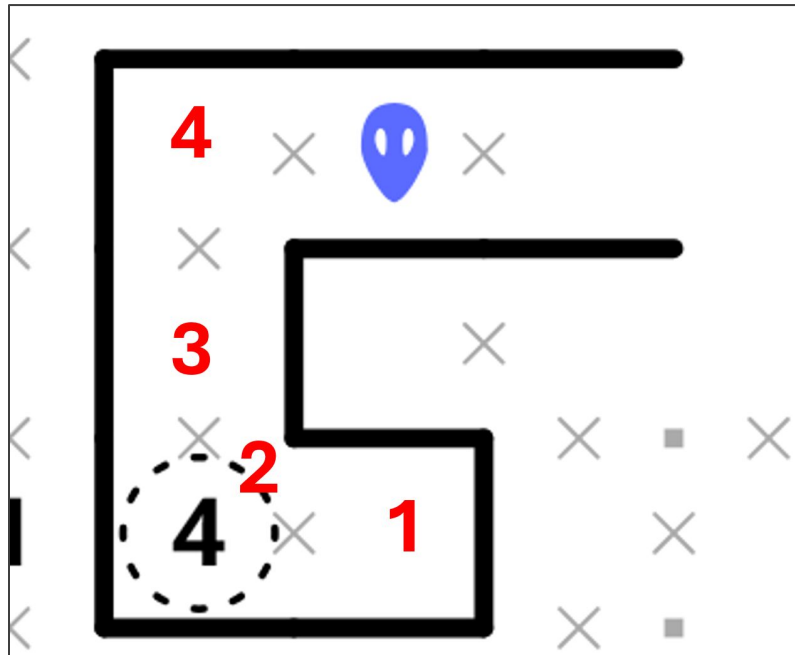
1.1 Bài toán Area 51 Instructions



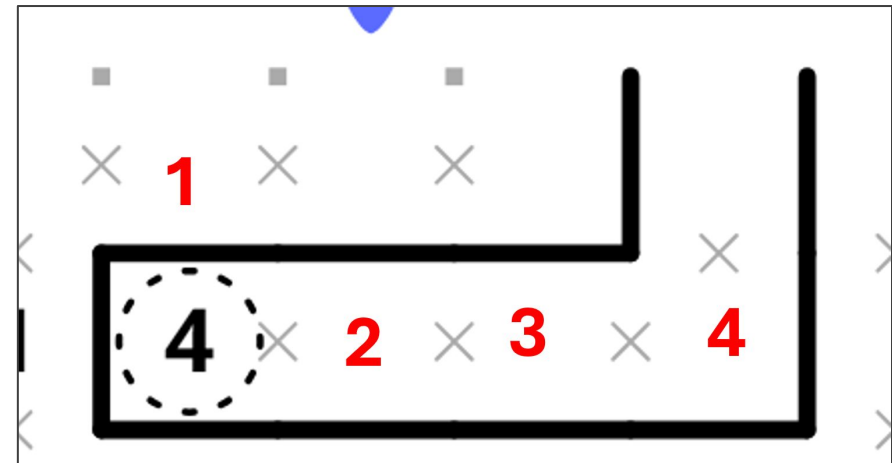
- Vẽ một hàng rào khép kín duy nhất mà không được giao nhau ở điểm nào (không được tự cắt nhau). Bằng cách nối các điểm nút trên lưới bao quanh tất cả các Alien, đồng thời tất cả các Triffids phải ở ngoài vòng rào, không được lọt vào trong.

1. Giới thiệu chung

1.1 Bài toán Area 51 Instructions

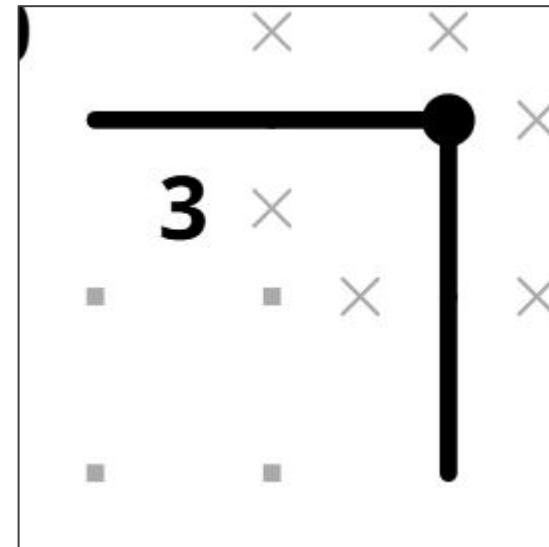
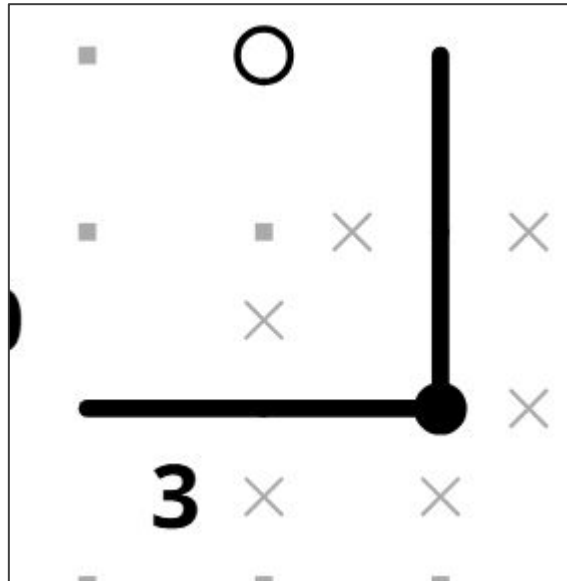


- **Số có vòng tròn:** Đây được gọi là "tầm nhìn" sao cho tổng số ô mà từ ô đó nhìn ra xung quanh bao gồm nhìn thẳng lên, xuống, trái, phải và bao gồm ô đó mà hàng rào không chắn phải bằng chính số đó.



1. Giới thiệu chung

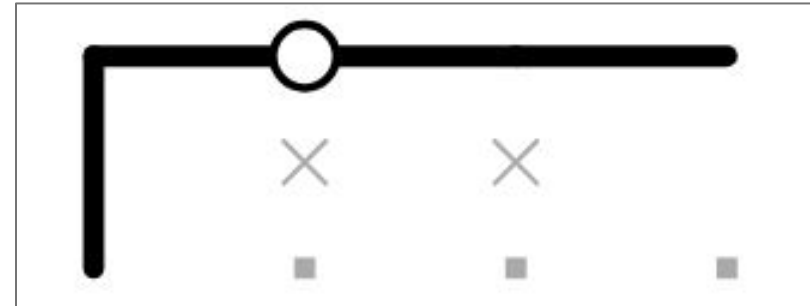
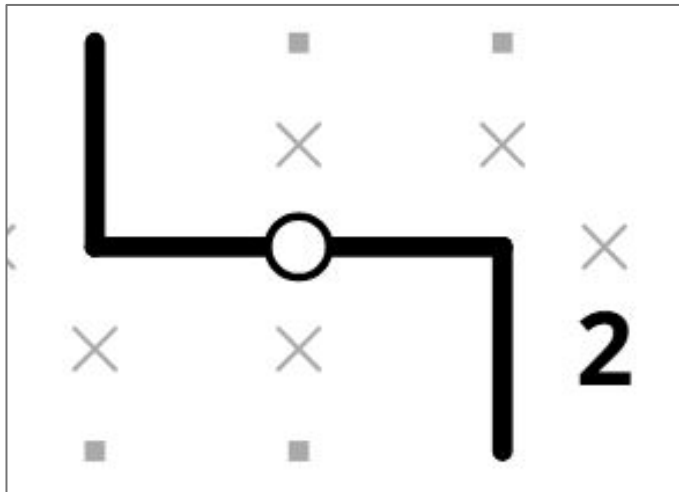
1.1 Bài toán Area 51 Instructions



- **Vòng tròn đen (chấm đen):** Đường hàng rào khi đi qua vòng tròn đen phải xoay một góc 90° ngay tại điểm này và đường đi trước và sau vòng tròn đen đó đều phải kéo dài ít nhất 2 đoạn thẳng.

1. Giới thiệu chung

1.1 Bài toán Area 51 Instructions



- **Vòng tròn trắng (chấm trắng):** Đường hàng rào khi đi qua vòng tròn trắng này phải có một đoạn đường rào rẽ một góc 90° ở điểm liền kề trước hoặc sau đường rào (ít nhất một bên phải hoặc trái).

1. Giới thiệu chung

1.2 Mục tiêu

- Mô hình hóa bài toán Area 51 Instructions.
- Sử dụng Gurobi Optimizer, một phần mềm tối ưu quy hoạch nguyên hỗn hợp (MILP), để mô hình hóa bài toán dưới dạng bài toán quy hoạch nguyên hỗn hợp và tiến hành giải bài toán.
- Làm rõ cách xây dựng các ràng buộc toán học từ luật chơi. Tạo kỹ năng quan trọng trong lĩnh vực lập mô hình hóa.

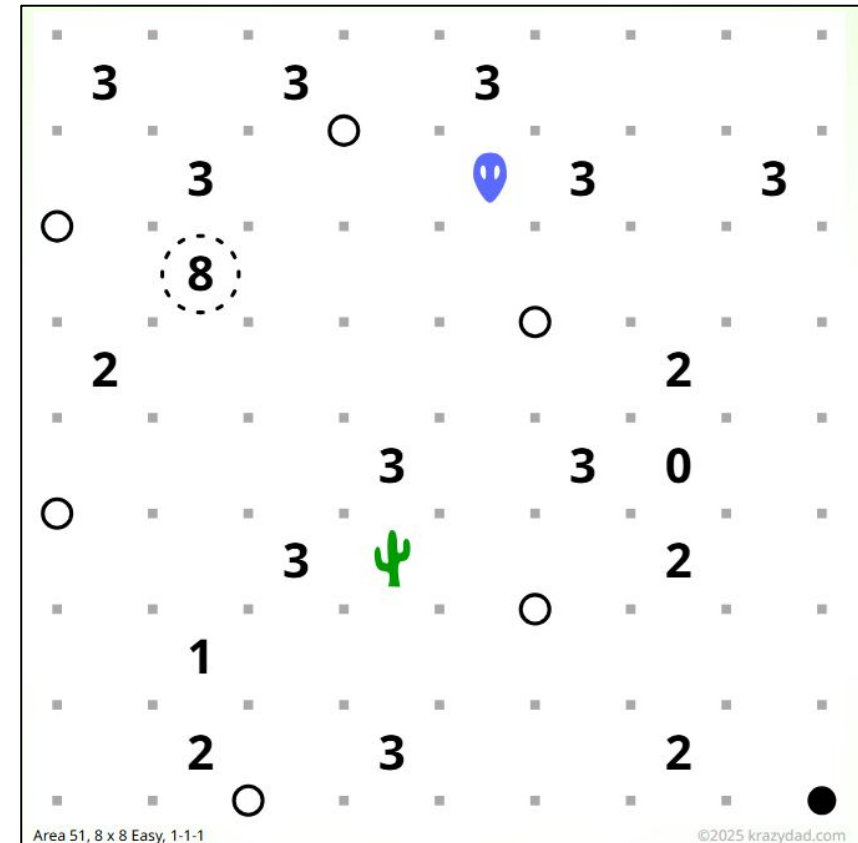
2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.1 Đặt biến

- n_R : là số hàng của ma trận
- n_C : là số cột của ma trận
- F : tập hợp vị trí các ô chứa số bên trong
- K : tập hợp vị trí các ô chứa số có vòng chấm bao quanh
- $L(p, q)$: giá trị số trong ô p, q
- A : tập hợp vị trí các ô chứa **aliens - người ngoài hành tinh**
- T : tập hợp vị trí các ô chứa **cây xương rồng**
- W : tập hợp vị trí các điểm trắng
- B : tập hợp vị trí các điểm đen

- Ví dụ: lưới (8x8)



2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.2 Biến quyết định

Biến quyết định của bài toán này bao gồm:

- Các đường ngang:

Với $0 \leq i < n_R + 1$ và $0 \leq j < n_C$

$$h(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{nếu có đường nối giữa điểm } (i, j) \text{ và } (i, j + 1) \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- Các đường dọc:

Với $0 \leq i < n_R$ và $0 \leq j < n_C + 1$

$$v(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{nếu có đường nối giữa điểm } (i, j) \text{ và } (i + 1, j) \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

	0	1	2	3
0 (i, j)	0,0 (p, q)	0,1	0,2	
1	1,0	1,1	1,2	
2	2,0	2,1	2,2	
3				

2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.2 Biến quyết định

- Các chấm được nối: Với $0 \leq i < n_R + 1$ và $0 \leq j < n_C + 1$

$$p(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } (i, j) \text{ được nối} \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

	0	1	2	3
(i, j)				
0	0,0 (p, q)	0,1	0,2	
1	1,0	1,1	1,2	
2	2,0	2,1	2,2	
3				

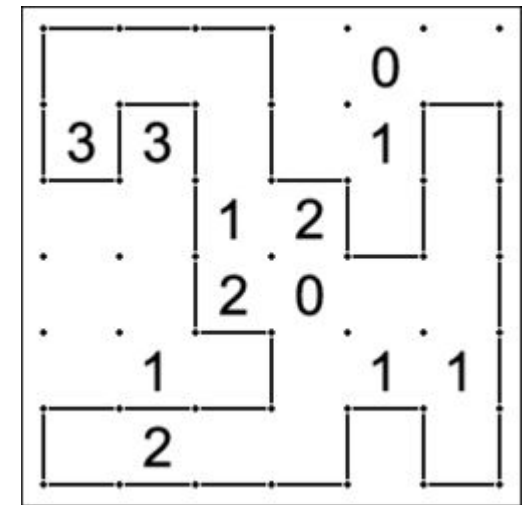
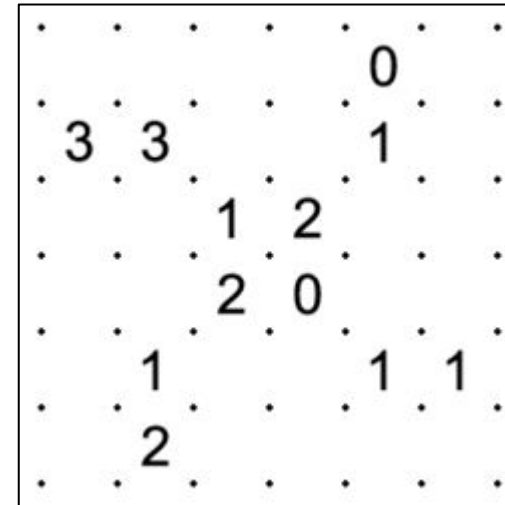
2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

a, Slitherlink - Ràng buộc chu trình khép kín

- Nối các điểm trên một lưới theo phương ngang hoặc phương dọc để tạo thành một chu trình khép kín, không chồng chéo, rẽ nhánh
- Một số ô được được tạo thành từ 4 điểm trong lưới được điền sẵn số từ (0 đến 3) thể hiện số đường cần bao quanh ô đó (Các ô trống có thể có số đường bao quanh tùy ý)
- Một đường được định nghĩa là một kết nối giữa 2 điểm kề nhau

Đây là ví dụ và lời giải cho cấu đố Slitherlink:



2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

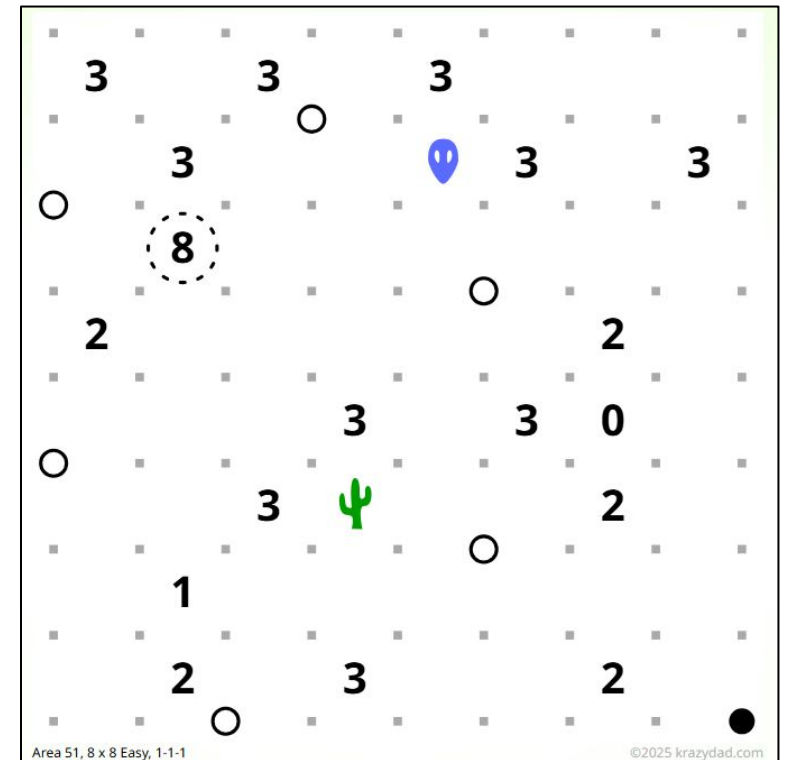
a, Slitherlink - Ràng buộc chu trình khép kín

Các ràng buộc:

- Số đường bao quanh ô (p, q) bằng số được điền trong ô đó (ngoại trừ các ô để trống).

$$h(i, j) + h(i + 1, j) + v(i, j) + v(i, j + 1) = L(i, j),$$

$$\forall (i, j) \in F$$



2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

a, Slitherlink - Ràng buộc chu trình khép kín

Các ràng buộc:

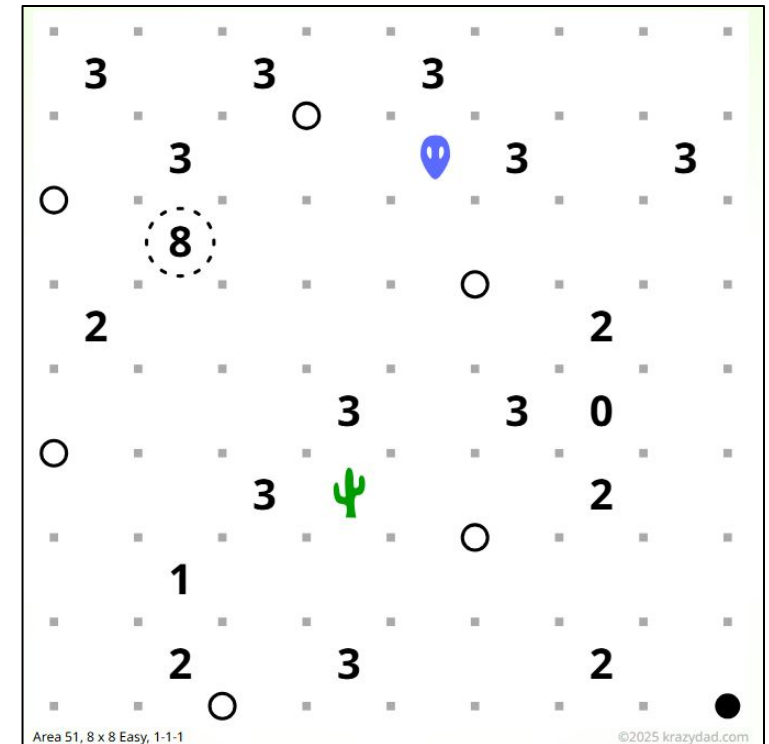
- Các điểm phải nối với nhau tạo thành một chu trình khép kín, không chồng chéo, không rẽ nhánh.

$$\sum_{(s,t) \in N_H(i,j)} h(s,t) + \sum_{(s,t) \in N_V(i,j)} v(s,t) = 2p(i,j)$$

$$\forall 0 \leq i < n_R + 1, 0 \leq j < n_C + 1$$

$N_H(i, j)$: Là các đường ngang có thể nối với điểm (i,j)

$N_V(i, j)$: Các đường dọc có thể nối với điểm (i,j)



2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

a, Slitherlink - Ràng buộc chu trình khép kín

- Chỉ tạo thành một chu trình duy nhất. Ta sử dụng một ràng buộc để cắt chu trình mỗi khi nghiệm được giải có nhiều hơn một chu trình.

Với mỗi chu trình C trong S , ta có:

- Ràng buộc cắt chu trình. Gọi

H_C : tập hợp các đường ngang trong C

V_C : tập hợp các đường dọc trong C

$$\sum_{(i,j) \in H_C} h(i,j) + \sum_{(i,j) \in V_C} v(i,j) \leq |H_C| + |V_C| - 1$$

- Quy trình kiểm tra tồn tại một chu trình duy nhất

BEGIN

Khởi tạo mô hình M

Giải M

S := nghiệm M

While (S chứa nhiều hơn 1 chu trình)

Cắt tất cả chu trình trong S

Giải M

S := nghiệm M

RETURN S

END

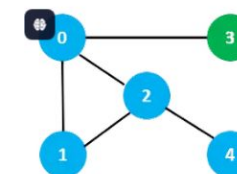
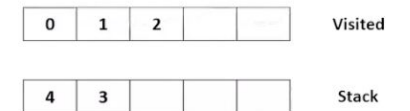
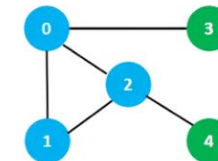
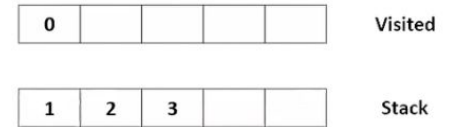
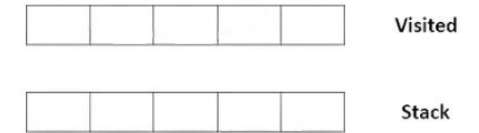
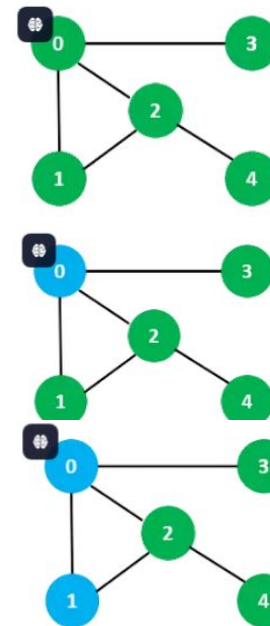
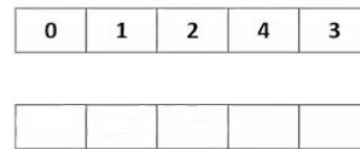
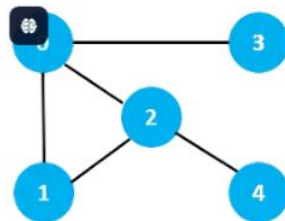
2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

a, Slitherlink - Ràng buộc chu trình khép kín

Kiểm tra xem thuật toán có chứa đúng một chu trình hay không. Dùng thuật toán DFS thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, bắt đầu từ một đỉnh bất kỳ $p(i,j) = 1, ((i,j) \text{ thuộc } F)$

Nếu tổng số cạnh của chu trình = tổng số cạnh của đồ thị thì đồ thị có một chu trình. Nếu số cạnh của chu trình \neq số cạnh của đồ thị thì đồ thị đó có nhiều hơn 1 chu trình hoặc đồ thị đó là chu trình rẽ nhánh, chồng chéo (chu trình lỗi).



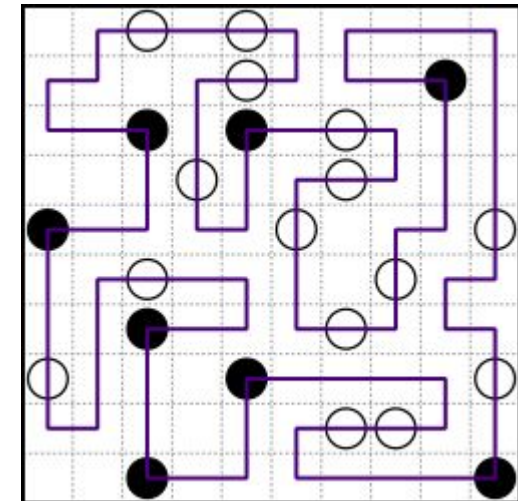
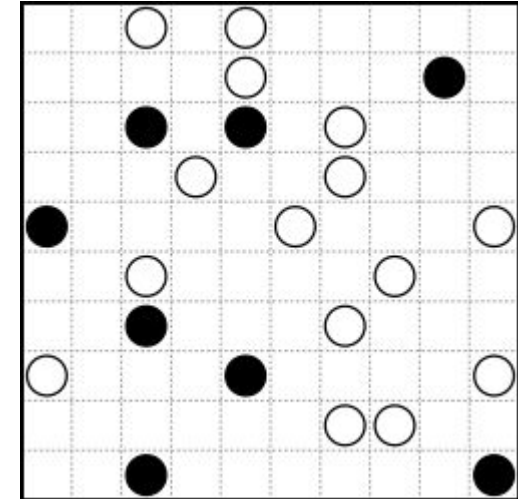
2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

b, Masyu - Chấm đen, chấm trắng

Luật chơi như sau:

- Với mỗi chấm đen, khi đi qua phải xoay một góc 90° ngay tại điểm này và đường đi trước và sau vòng tròn đen đó đều phải kéo dài ít nhất 2 đoạn thẳng.
 - Với mỗi chấm trắng, đường rào khi đi qua vòng tròn trắng này phải có một đường rào rẽ góc 90° ở điểm liền kề trước hoặc sau đường rào (ít nhất một bên phải hoặc trái)
- Đây là một ví dụ cho câu đố Masyu:



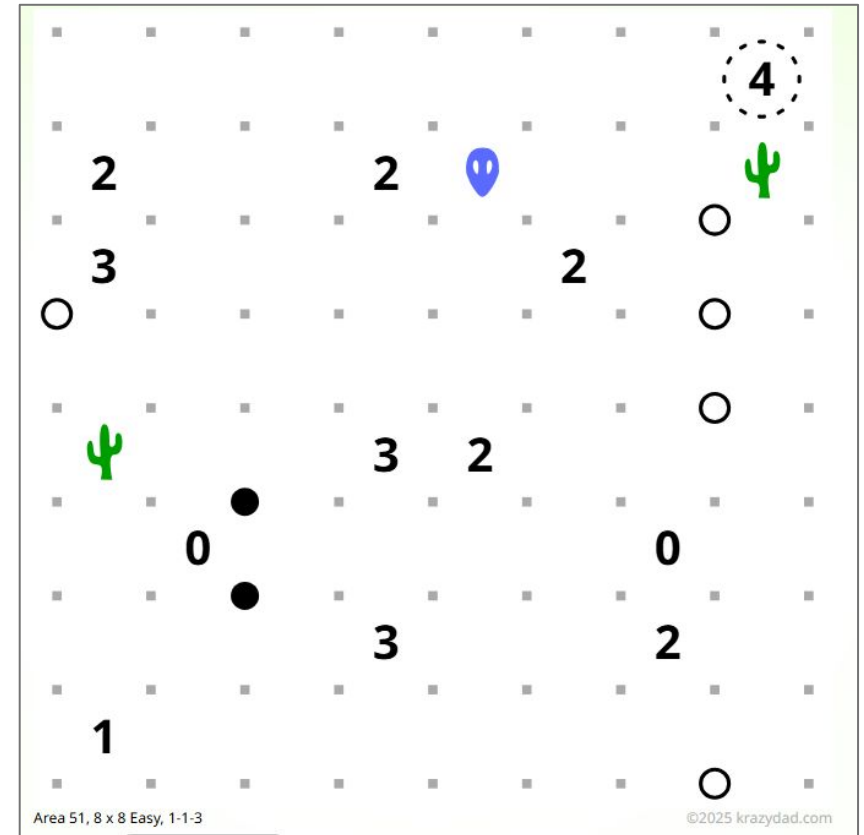
2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

b, Masyu - Chấm đen, chấm trắng

- Các cạnh đi qua chấm đen. Với mỗi $b(i, j) \in B$, ta có:

$$\begin{cases} h(i, j-2) + h(i, j-1) + h(i, j) + h(i, j+1) = 2 \\ (h(i, j-2) + h(i, j-1) - 2)(h(i, j) + h(i, j+1) - 2) = 0 \\ v(i-2, j) + v(i-1, j) + v(i, j) + v(i+1, j) = 2 \\ (v(i-2, j) + v(i-1, j) - 2)(v(i, j) + v(i+1, j) - 2) = 0 \end{cases}$$



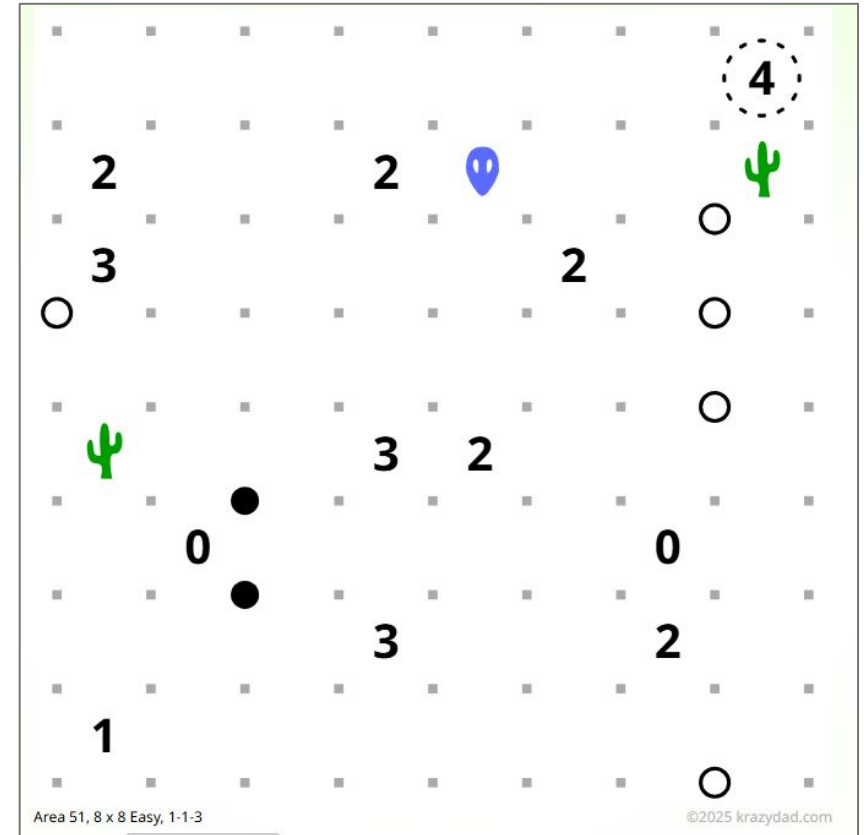
2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

b, Masyu - Chấm đen, chấm trắng

- Các cạnh đi qua chấm đen. Với mỗi $b(i, j) \in B$, ta có:

$$\begin{cases} h(i, j-2) + h(i, j-1) + h(i, j) + h(i, j+1) = 2 \\ (h(i, j-2) + h(i, j-1) - 2)(h(i, j) + h(i, j+1) - 2) = 0 \\ v(i-2, j) + v(i-1, j) + v(i, j) + v(i+1, j) = 2 \\ (v(i-2, j) + v(i-1, j) - 2)(v(i, j) + v(i+1, j) - 2) = 0 \end{cases}$$



2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

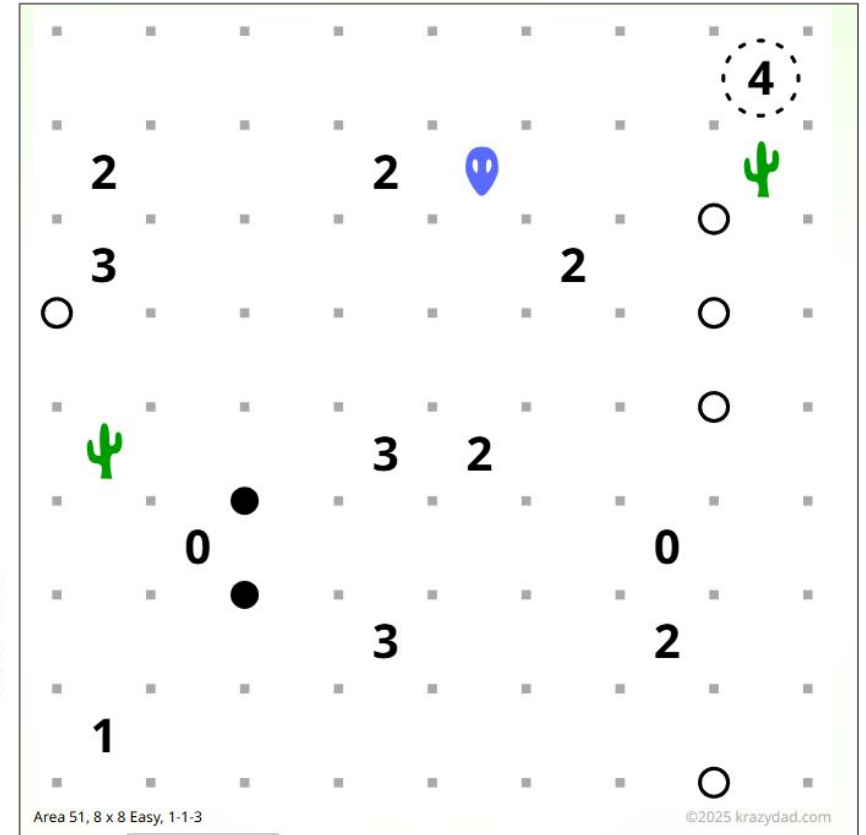
b, Masyu - Chấm đen, chấm trắng

- Các cạnh đi qua chấm trắng

$$\begin{cases} h(i, j-1) + h(i, j) = 2 \\ v(i-1, j) + v(i, j) = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} h(i, j-1) + h(i, j) + v(i-1, j) + v(i, j) = 2 \\ (h(i, j-1) + h(i, j) - 2)(v(i, j) + v(i-1, j) - 2) = 0 \end{cases}$$

- Ràng buộc ngay lập tức

$$\begin{cases} v(i-1, j-1) + v(i, j-1) + v(i-1, j+1) + v(i, j+1) \geq h(i, j-1) + h(i, j) - 1, (1) \\ h(i-1, j-1) + h(i-1, j) + h(i+1, j-2) + h(i+1, j) \geq v(i-1, j) + v(i, j) - 1, (2) \end{cases}$$

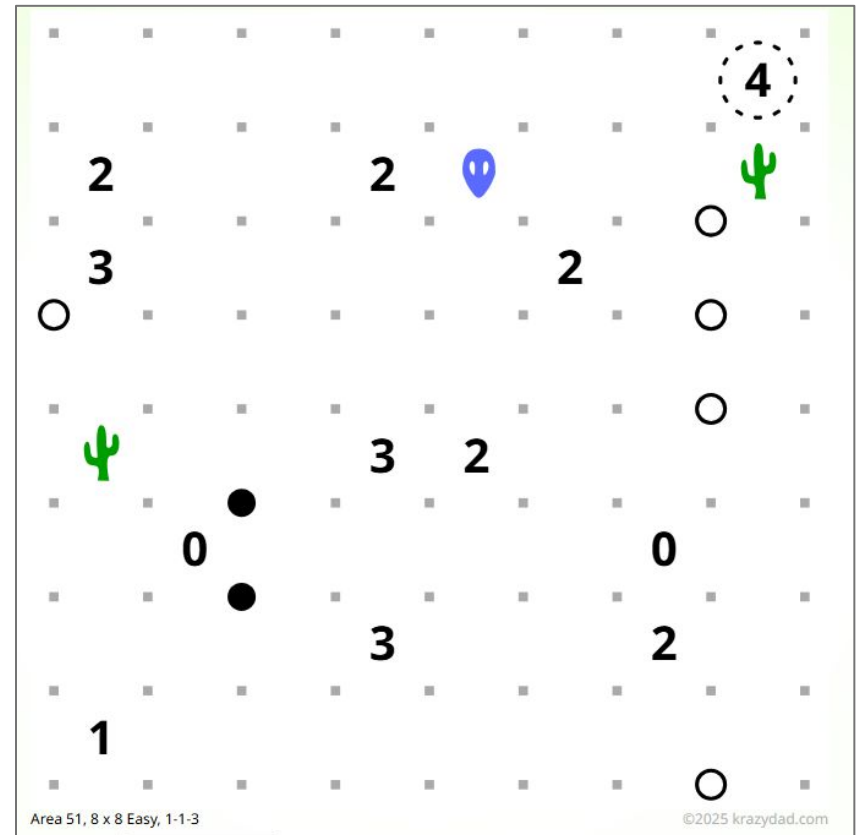


2. Các ràng buộc và mô hình hóa bài toán

2.3 Mô hình hóa bài toán

c, Ràng buộc Alien, Cactus

- Do alien nằm trong chu trình và cactus nằm ngoài chu trình nên chỉ khi ta có 1 chu trình rồi kiểm tra được.
- Chọn 1 ô (p,q) thuộc vào K , ô này chắc chắn nằm trong chu trình theo đề bài.
- Sử dụng thuật toán **Flood Fill** để tô màu những ô nằm bên trong, bắt đầu từ ô (p,q)
- Sau khi tô màu kiểm tra xem alien có được đánh dấu in và cactus là out không. Nếu có thì thỏa mãn đề bài.



Thanks for watching