



Ứng dụng bài toán TSP trong quan sát các thiên hà

N. V. Chính¹ N. T. Sơn² P. T. Hà³

Khoa Toán - Cơ - Tin học
Trường đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

Hà Nội, tháng 5/2022

Các nội dung chính

- 1 Giới thiệu về bài toán TSP
- 2 Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)
- 3 Mô hình hóa và giải bài toán
- 4 Tài liệu tham khảo

Các nội dung chính

- 1 Giới thiệu về bài toán TSP
- 2 Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)
- 3 Mô hình hóa và giải bài toán
- 4 Tài liệu tham khảo

Giới thiệu về bài toán TSP

TSP (Traveling Salesman Problem) là một bài toán NP-hard. Bài toán thuộc thể loại tối ưu rời rạc và được phát biểu như sau: Cho n thành phố và khoảng cách giữa chúng, ta sẽ tìm một chu trình ngắn nhất đi qua tất cả các thành phố đúng một lần.

Giới thiệu về bài toán TSP

TSP (Traveling Salesman Problem) là một bài toán NP-hard. Bài toán thuộc thể loại tối ưu rời rạc và được phát biểu như sau: Cho n thành phố và khoảng cách giữa chúng, ta sẽ tìm một chu trình ngắn nhất đi qua tất cả các thành phố đúng một lần. Ta có thể phát biểu lại bài toán như sau: Cho $K_n = (V, E)$ là một đồ thị đầy đủ n đỉnh và c_e là độ dài của cạnh $e \in E$. Gọi H là tập tất cả các chu trình Hamilton trong K_n . Ta cần tìm $\min\{c(T) \mid T \in H\}$.

Các nội dung chính

- 1 Giới thiệu về bài toán TSP
- 2 Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)
- 3 Mô hình hóa và giải bài toán
- 4 Tài liệu tham khảo

Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)

Để nghiên cứu về tính chất cũng như mối liên hệ giữa các thiên hà và blazar khác nhau chúng ta cần các kính viễn vọng vô tuyến và kính viễn vọng tia Gamma.

Kính viễn vọng vô tuyến (OVRO-40m) đặt tại đài quan sát thiên văn đặt tại thung lũng Owens, miền đông California, Hoa Kỳ. Nó sẽ giúp chúng ta quan sát các thiên hà, siêu tân tinh hay các blazar... qua bước sóng vô tuyến.



Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)

Câu hỏi đặt ra là bài toán TSP được ứng dụng như thế nào trong việc quan sát những đối tượng này?

¹*Scheduling and calibration strategy for continuous radio monitoring of 1700 sources every three days*, Walter Max-Moerbeck, published in Proc. SPIE. 9149, Observatory Operations: Strategies, Processes, and Systems V, 914925.

Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)

Câu hỏi đặt ra là bài toán TSP được ứng dụng như thế nào trong việc quan sát những đối tượng này?

Ta cần quan sát rất nhiều các thiên hà và blazar để tìm được mối liên hệ giữa chúng do đó việc tối ưu thời gian xoay của kính viễn vọng là rất cần thiết. Giả sử cần quan sát khoảng 600 blazar mỗi ngày. OVRO-40m có tốc độ xoay khoảng 15° mỗi phút và cần khoảng 12 giây để ổn định trên mỗi nguồn; khoảng cách trung bình giữa mỗi nguồn là 4.5° ¹. Vì vậy để quan sát được 600 nguồn chưa kể thời gian tinh chỉnh để ghi nhận dữ liệu sẽ mất

$$600 \times \frac{(12 + 4.5/(15/60))}{3600} \approx 5 \text{ giờ.}$$

¹*Scheduling and calibration strategy for continuous radio monitoring of 1700 sources every three days*, Walter Max-Moerbeck, published in Proc. SPIE. 9149, Observatory Operations: Strategies, Processes, and Systems V, 914925.

Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)

Hướng giải quyết:

Với trường hợp có rất nhiều nguồn cần quan sát, ta sử dụng phương pháp HEALPix để chia bầu trời thành những miền nhỏ hơn. Mỗi miền này tạo một góc 25° với kính viễn vọng trên trái đất. Phương pháp này làm giảm độ phức tạp của bài toán một cách tự nhiên là chia vấn đề thành hai phần: một là các nguồn quan sát được sắp xếp theo từng miền và thứ hai là các miền được sắp xếp với nhau để tạo thành một chu kỳ quan sát hoàn chỉnh.

Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)

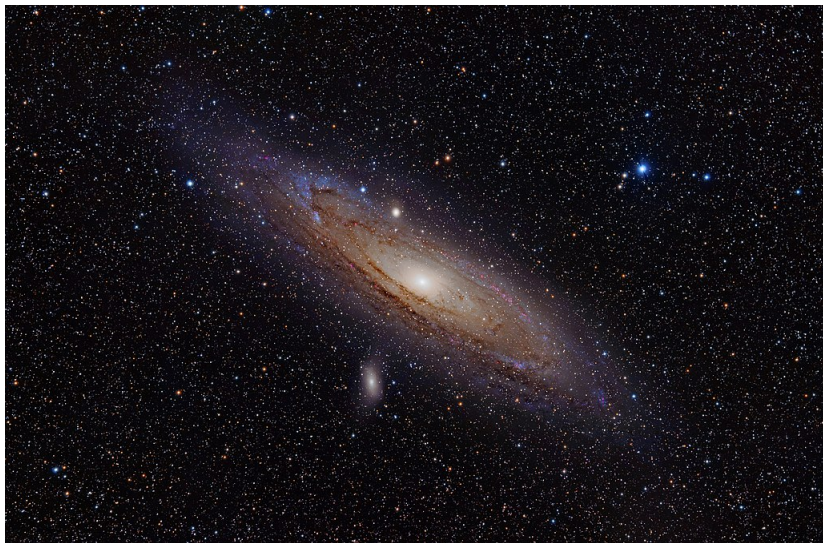
Ứng với mỗi miền, nếu không thể tính chính xác được một đường đi tốt nhất thì người ta thường sử dụng phương pháp simulated annealing để tìm một giải pháp chấp nhận được.

Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)

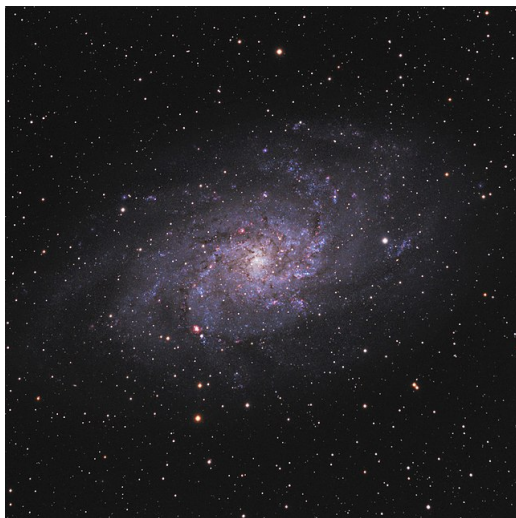
Ứng với mỗi miền, nếu không thể tính chính xác được một đường đi tốt nhất thì người ta thường sử dụng phương pháp simulated annealing để tìm một giải pháp chấp nhận được.

Trong phạm vi bài thuyết trình này, ta chỉ quan sát một số lượng nhỏ các thiên hà trong danh sách các thiên hà địa phương.

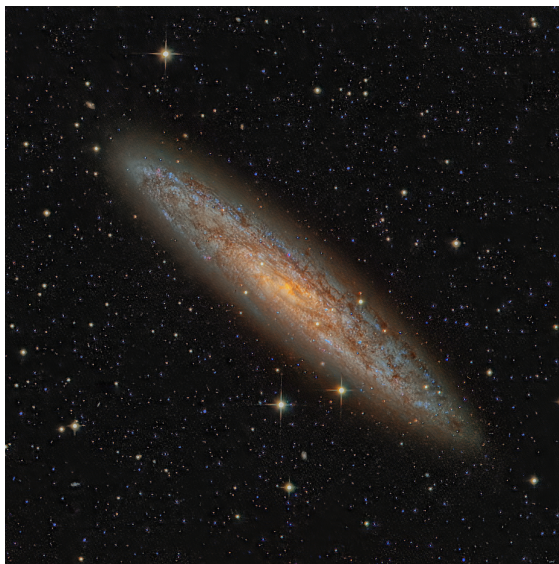
Thiên hà Tiên nữ (Andromeda) - NGC 224



Thiên hà Tam giác (Triangulum) - NGC 598



Thiên hà Sculptor - NGC 253



Thiên hà Caldwell 51 - IC 1613



Thiên hà Messier 32 - NGC 221



Thiên hà Messier 110 - NGC 205



Thiên hà Caldwell 17 - NGC 147



Các nội dung chính

- 1 Giới thiệu về bài toán TSP
- 2 Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)
- 3 Mô hình hóa và giải bài toán**
- 4 Tài liệu tham khảo

Mô hình hóa và giải bài toán

Biến

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{nếu đi từ } i \text{ đến } j, \\ 0 & \text{nếu ngược lại.} \end{cases}$$

Hàm mục tiêu:

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_{ij}.$$

Mô hình hóa và giải bài toán

Điều kiện ràng buộc:

$$x_{ij} = x_{ji} \quad \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\},$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 2 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\},$$




$$\sum_{i, j \in G, i \neq j} x_{ij} \leq |G| - 1 \quad \forall G \subset \text{Galaxies}.$$

Trong đó, a_{ij} là góc mà kính viễn vọng phải xoay từ thiên hà i đến thiên hà j , Galaxies là tập hợp các thiên hà.

Các nội dung chính

- 1 Giới thiệu về bài toán TSP
- 2 Ứng dụng bài toán TSP vào quan sát các thiên hà (Galaxies)
- 3 Mô hình hóa và giải bài toán
- 4 Tài liệu tham khảo

Tài liệu tham khảo

-  *Scheduling and calibration strategy for continuous radio monitoring of 1700 sources every three days*, Walter Max-Moerbeck, published in Proc. SPIE. 9149, Observatory Operations: Strategies, Processes, and Systems V, 914925.
-  gurobi.github.io/modeling-examples/traveling-salesman/tsp.html.
-  *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*, Princeton Series in Applied Mathematics, 17.