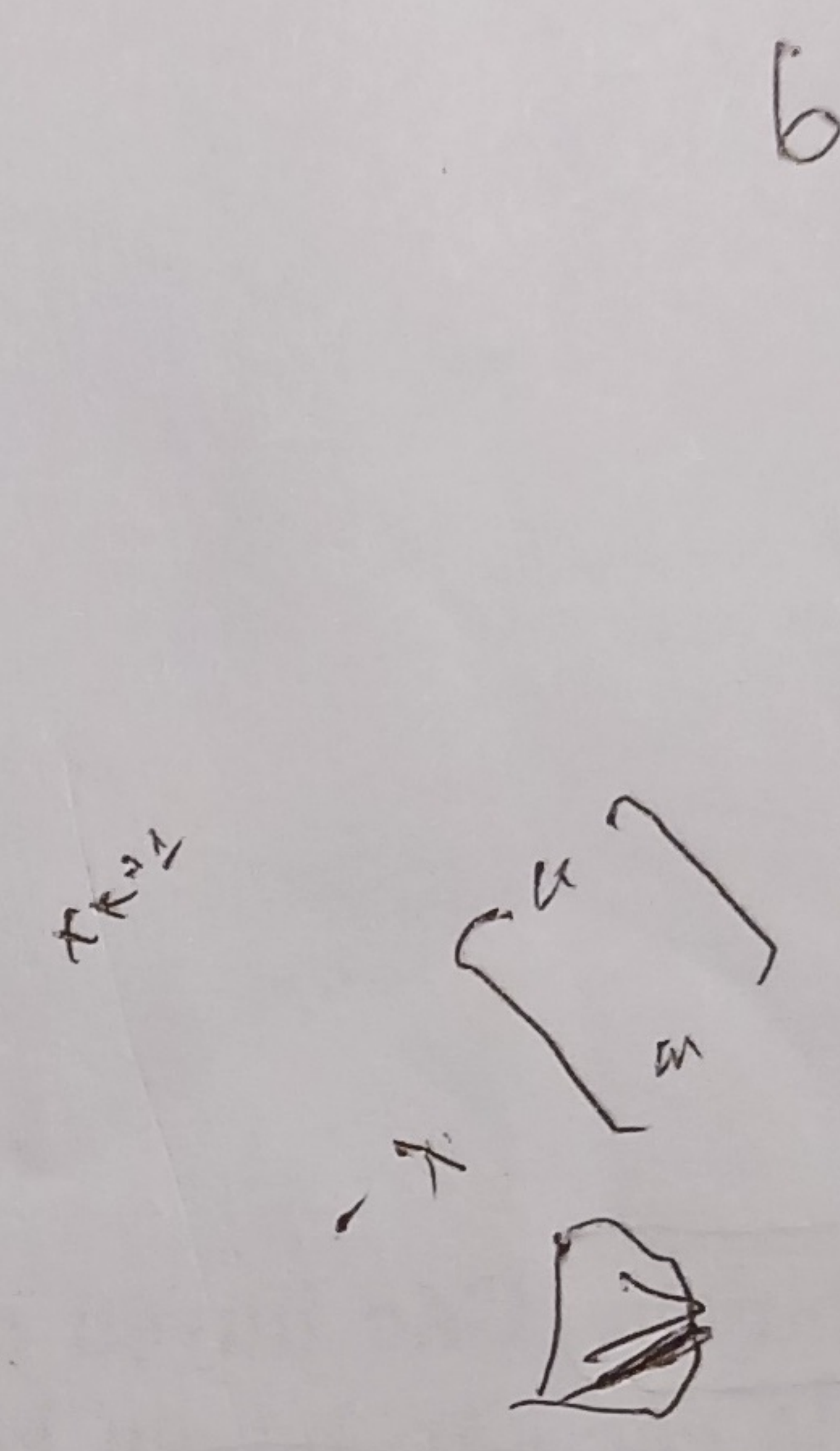


Bài 1 (1 điểm). Có tồn tại hay không một bài toán quy hoạch tuyến tính (P) với hàm mục tiêu $c^T x$ và bài toán đối ngẫu (D) của nó với hàm mục tiêu $b^T y$ sao cho không tồn tại bất kỳ nghiệm chấp nhận được \bar{x} của (P) và nghiệm chấp nhận được \bar{y} của (D) sao cho $c^T \bar{x} = b^T \bar{y}$. Nếu câu trả lời của bạn là không hãy chứng minh. Nếu câu trả lời của bạn là có hãy nói rõ với (P) như thế nào thì điều đó xảy ra kèm theo giải thích lý do và đưa ra ví dụ cụ thể. Lưu ý rằng nếu điều đó xảy ra cho nhiều trường hợp khác nhau thì bạn cần nêu hết tất cả các trường hợp đó.

Bài 2 (3.5 điểm). Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \\ & x_1 - x_2 - x_3 \leq -1 \\ & -2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ & - x_3 \leq -1 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

- a) (0.5đ). Hãy viết bài toán đối ngẫu của (P).
 b) (3đ). Hãy giải bài toán sử dụng thuật toán đơn hình.



Bài 3 (0.5 điểm). Một điểm dừng có thể vừa là cực đại địa phương và cực tiểu địa phương của một hàm số không? Nếu câu trả lời của bạn là không hãy chứng minh. Nếu câu trả lời là có thì bạn hãy đưa ra một ví dụ.

$$y = 1$$

Bài 4 (3.5 điểm). Cho hàm số $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ được định nghĩa bởi

$$f(x_1, x_2) = x_1^3 - 3x_1 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 2x_2,$$

$$f(x_1, x_2) = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) - \lambda \Delta x_1 - \mu \Delta x_2$$

- a) (0.5 điểm) f có là hàm lồi hay không? Hãy giải thích rõ lý do.
 b) (1 điểm) Hãy tìm tất cả các điểm dừng của f .
 c) (1 điểm) Trong số các điểm dừng tìm được từ câu b, hãy giải thích cụ thể điểm nào là cực tiểu/cực đại địa phương, điểm nào không phải là cực trị địa phương.
 d) (1 điểm) Hãy thực hiện 2 bước của thuật toán giảm gradient cho hàm f với độ dài bước $\lambda = \frac{1}{2}$ và điểm xuất phát $x^0 = (0, 0)$.

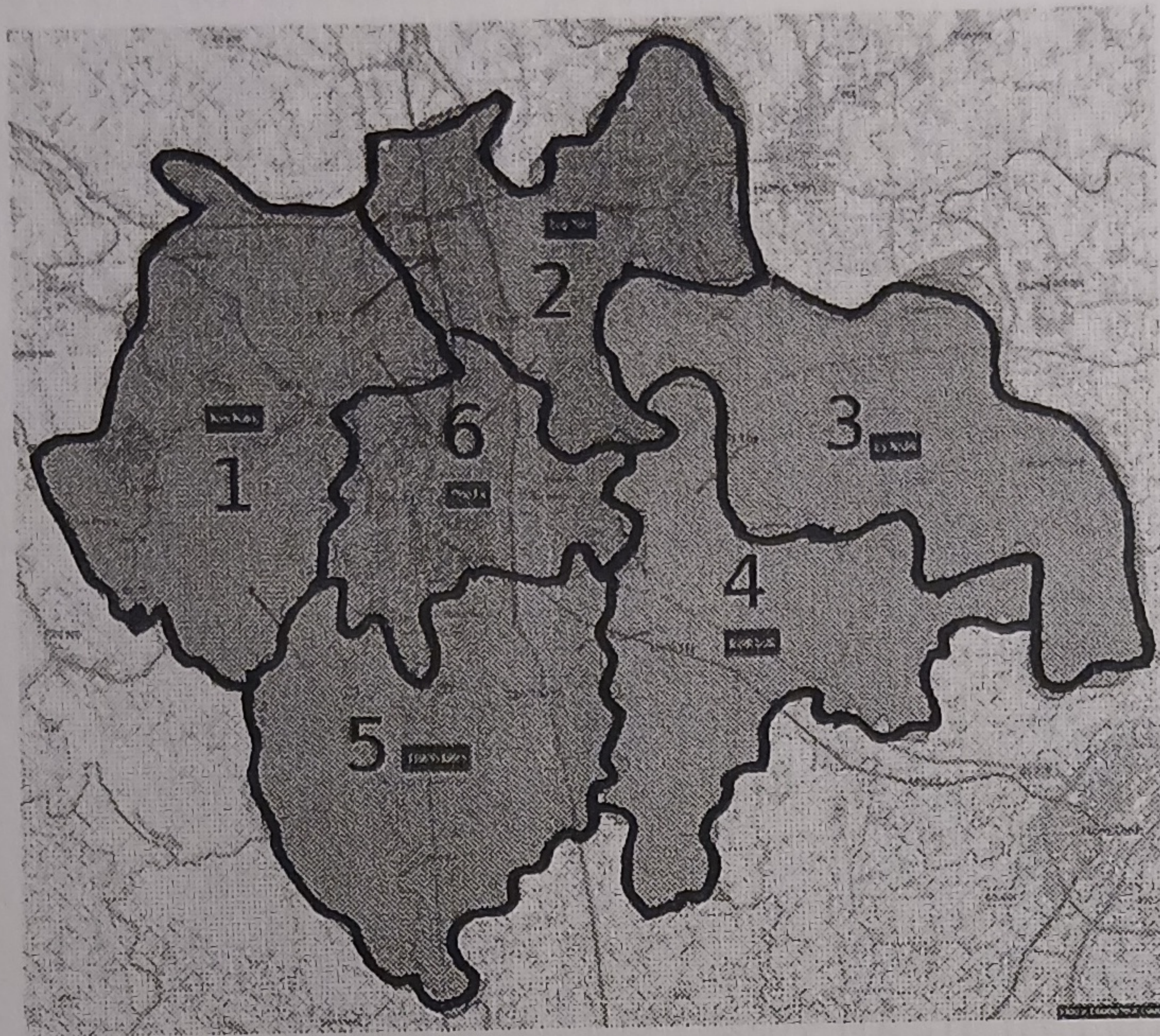
$$f = f(x) - \lambda \Delta x - \mu \Delta y$$

Hãy lựa chọn một trong hai bài mô hình hình hóa sau để làm. Làm cả hai bài sẽ không được tính điểm. Lưu ý rằng chỉ cần đưa ra mô hình, không phải giải mô hình.

Bài 5 (0.75 điểm). Bạn Hương đi du lịch bằng máy bay. Hãng hàng không quy định tổng trọng lượng hành lý xách tay (bao gồm cả trọng lượng của vali) không được vượt quá 7 kg. Vali xách tay của Hương nặng 1.5 kg. Bạn Hương có 5 đồ vật muốn cầm theo. Các đồ vật được đánh số từ 1 đến 5 với trọng lượng lần lượt là w_1, w_2, \dots, w_5 . Các đồ vật có kích thước đủ nhỏ nên có thể để

hết trong vali tuy nhiên tổng trọng lượng của chúng và vali vượt quá 7 kg. Để dễ quyết định bạn Hương cho điểm về mức độ quan trọng của các đồ vật lần lượt là c_1, c_2, \dots, c_5 . Trọng số càng cao càng quan trọng. Bạn hãy giúp bạn Hương viết một mô hình quy hoạch nguyên để đưa ra quyết định. Hãy giải thích cụ thể các biến, hàm mục tiêu và các điều kiện của mô hình.

Bài 6 (1.5 điểm). Trong bản đồ là các huyện của tỉnh Hà Nam. Để đơn giản ta đánh số từ 1 đến 6. Tỉnh Hà Nam muốn tổ chức lại và ghép các cặp huyện kề nhau với nhau để giảm từ 6 xuống



còn 3 huyện. Các huyện có ranh giới chung được gọi là kề nhau. Ví dụ các huyện 1 và 2, 1 và 5, 3 và 4 là các cặp huyện kề nhau. Huyện 2 và 4, tuy kề nhau nhưng do ranh giới tiếp xúc khá hẹp nên sẽ không được ghép với nhau. Khi 2 huyện ghép với nhau thì tiêu chí phù hợp được quan tâm. Thông qua khảo sát đánh giá tỉnh xác định được mức độ phù hợp đó. Ta kí hiệu mức độ phù hợp khi ghép huyện i và j với nhau là $c_{i,j}$ ($c_{i,j} = c_{j,i}$). Giá trị này càng cao thì mức độ phù hợp là càng lớn. Bạn hãy giúp tỉnh xây dựng một mô hình quy hoạch nguyên để tìm ra phương án có tổng giá trị về mức độ phù hợp là cao nhất.

Yêu cầu: Phải có giải thích chi tiết cho các biến, hàm mục tiêu và các điều kiện. Chỉ viết mô hình sẽ không được tính điểm.